*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации*

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет*

*имени Коста Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАМА ДИСЦИПЛИНЫ**

«**Выпуклый анализ и оптимизация**»

Направление подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Профиль: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Форма обучения – очная

Квалификация (степень) выпускника – Магистр

Владикавказ, 2021

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации №13 от 10.01.2018г., учебным планом подготовки бакалавра по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль: «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности»,утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» (протокол №11 от 29.04.2021).

Составитель: к.ф.-м.н. Басаева Е.К.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры Прикладной математики (протокол от 19 апреля 2021 г. № 8).

Одобрена советом факультета математики и компьютерных наук (протокол от №5 от 26.04.2021г.).

*Рабочая программа дисциплины принята в составе основной профессиональной образовательной программы решением ученого совета 29.04.2021, протокол № 11. Утверждена приказом СОГУ от 30.04.2021, № 106.*

**1. Структура и общая трудоемкость дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з. е. (108 ч.).

|  |  |
| --- | --- |
|  | Очная форма обучения |
| Курс | 1 |
| Семестр | 2 |
| Лекции | 16 |
| Практические занятия | 34 |
| Лабораторные занятия | – |
| Консультации | – |
| Итого аудиторных занятий | 50 |
| Самостоятельная работа | 58 |
| Курсовая работа | – |
| Зачет | + |
| Экзамен | – |
| Общее количество часов | 108 |

**2. Цели освоения дисциплины**

К задачам на поиск оптимума сводятся многие из проблем математики, экономики, техники, медицины и т.п. В частности, оптимизационный подход к постановке и решению задач математического моделирования является важным фактором повышения качества планирования, управления и проектирования сложных объектов.

Многие реальные задачи оптимизации не могут быть адекватно описаны гладкими моделями и требует, как правило, применения методов негладкого анализа. Наиболее разработанным и часто используемым направлением негладкого анализа является выпуклый анализ. Например, выпуклыми часто являются математические построения, возникающие в современной экономической теории и социально-экономическом моделировании, что требует привлечения специфического аналитического аппарата, основанного на свойствах выпуклости. Поэтому в настоящее время негладким анализом интересуются не только математики, но и экономисты, инженеры и другие специалисты-прикладники.

Цели изучения дисциплины – ознакомление студентов с теорией и численными методами решения задач негладкой (выпуклой) оптимизации, а также с примерами прикладных моделей, сводящихся к данному типу задач. Задачи курса – научить студентов использовать методологию методов негладкой (выпуклой) оптимизации; выбирать метод решения задачи оптимизации.

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Б1.В.01. Блок 1. Дисциплины (модули). Часть, формируемая участниками образовательных отношений. Обязательная дисциплина.

Для изучения дисциплины необходимы знания, полученные обучающимися в результате освоения дисциплин «математический анализ», «линейная алгебра», «аналитическая геометрия», «дискретная математика», «дифференциальные уравнения», «теория графов», «численные методы» в объеме стандартных курсов бакалавриата технического вуза.

**4. Требования к результатам освоения дисциплины**

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (УК-1);

Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива (ПК-1).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Компетенции** | | **Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП** | | |
| **Код** | **Формулировка** | **Знать:** | **Уметь** | **Владеть:** |
| УК-1 | Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий | классификацию задач оптимизации;  основные положения теории оптимизации | аналитически решать простейшие линейные и нелинейные задачи оптимизации;  классифицировать задачу оптимизации | навыками решения типовых задач оптимизации |
| ПК-1 | Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива | основные понятия и факты выпуклого анализа как основы современной теории оптимизации;  понятийный аппарат и классификацию численных методов оптимизации | строить прикладные модели, сводящиеся к задачам оптимизации; выбирать адекватный метод решения прикладной задачи оптимизации | аппаратом выпуклого анализа и оптимизации на уровне, позволяющем формулировать, исследовать и решать прикладные задачи оптимизации |

**5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины**

**Таблица 5.1.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Номер недели** | **Наименование тем (вопросов),**  **изучаемых по данной**  **дисциплине** | Занятия | | **Самостоятельная работа**  **студентов** | | **Формы контроля** | **Литература** |
| л | пр | Содержание | Часы |
| 1-2 | Выпуклые множества. Теоремы отделимости и некоторые их приложения. | 2 | 4 | Замыкание и относительная внутренность выпуклого множества. | 4 | Устный опрос | [1: §3.2], [4: гл.3],  [2, § 1-5], [3: гл.1] |
| 3-4 | Выпуклые функции. Субдифференциал выпуклой функции. | 2 | 4 | Крайние точки выпуклого множества. | 4 | Устный опрос | [1: §3.1], [4: гл.3], [2: §7, 14], [3: гл.1], [7] |
| 5-6 | Системы выпуклых и линейных неравенств. | 2 | 4 | Сильно выпуклые функции | 4 | устный опрос | [4: гл.3], [1: §3.2] |
| 7 | Постановки задач выпуклой оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности. | 2 | 2 | Приближения и погрешности вычислений | 4 | устный опрос | [4: гл.4], [1: §3.5], [6], [8: гл.1] |
| 8-9 | Условия оптимальности и двойственность. | 2 | 2 | Задача линейного программирования. | 6 | устный доклад | [4: гл.4], [8, гл.14],  [1: гл.2], [3: гл.2] |
| 9-11 | **Численные методы безусловной оптимизации:** градиентный метод; метод Ньютона и его модификации; методы сопряженных направлений; эвристические методы нулевого порядка. | 2 | 4 | Транспортная задача | 6 | устный доклад; лабораторная работа | [4: гл.5], [1: гл. 4], [6] |
| 11-14 | **Численные методы условной оптимизации: с**имплекс-метод решения задач линейного программирования; метод проекции градиента; метод условного градиента; конечный метод решения задач квадратичного программирования; метод штрафных функций; метод параметризации целевой функции; метод линеаризации. | 2 | 8 | Целочисленное линейное программирование. Задачи оптимизации на графах. | 20 | устный доклад; лабораторная работа | [4: гл.6], [3: гл.2],  [5: гл.3-7],  [8, гл.15, 16], [6] |
| 15-17 | **Методы дискретной оптимизации:**  примеры дискретных оптимизационных задач; целочисленные и частично целочисленные задачи; решение задачи о коммивояжере методом ветвей и границ; метод динамического программирования; целочисленная задача распределения ресурсов; приближенные методы. | 2 | 6 | Задачи и модели теории расписаний. | 10 | устный доклад; лабораторная работа | [4: гл.7], [5: гл.6, 7  [8, гл 17], [6] |
|  | **ИТОГО** | 16 | 34 |  | 58 |  |  |

**Примечания:**

– Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

– В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

**6. Образовательные технологии**

При преподавании дисциплины в основном используются традиционные образовательные технологии: лекции и практические занятия, самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий могут быть использованы современные интерактивные и информационно-коммуникационные образовательные технологии такие как:

– видео-лекция – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал;

– интерактивная лекция представляет собой выступление преподавателя перед студенческой аудиторий с применением следующих интерактивных форм обучения: управляемая дискуссия или беседа; демонстрация слайдов или учебных фильмов; мотивационная речь и др.;

**–** видеоконференция – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени;

**–** онлайн-семинар – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени;

– творческое задание требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: подбор материалов по заданной теме; подбор примеров из практики; самостоятельная постановка и решение нетиповых практических задач;

**–** презентация проекта – слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

**7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

– самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;

– подготовка доклада по теме, вынесенной на самостоятельное изучение (в форме презентации);

– подготовка к выполнению практических и лабораторных работ;

– подготовка к зачету.

Содержание, трудоемкость и формы контроля внеаудиторной самостоятельной работы содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов предусмотрены следующие методические материалы (см. разделы 5, 8–9): перечень тем лабораторных работ, перечень вопросов для подготовки к экзамену, перечень рекомендованной литературы. При необходимости дополнительные методические материалы для обеспечения самостоятельной работы студентов размеща­ются на дистанционной площадке СОГУ в начале каждого модуля.

**8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной**

**аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

*Основными формами текущего контроля* по дисциплине являются устный опрос на практическом занятии, устный доклад по теме, вынесенной на самостоятельное изучение, выполнение лабораторной работы.

*Формы промежуточной аттестации:* зачет в конце 2 семестра.

***8.1. Формы контроля и критерии оценивания***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Форма**  **контроля** | **Описание критериев оценивания** | | | |
| *Этап 1. Текущий контроль (до 50 баллов за семестр)* | | | | |
| устный опрос  (до 10 баллов за семестр) | 2 балла | 1 балл | 0,5 балла | 0 баллов |
| Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| устный доклад (до 15 баллов за семестр) | 5 баллов | 4 балла | 3 балла | 0-2 балла |
| Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| лабораторная работа (до 25 баллов за семестр) | 5 баллов | 4 балла | 3 балла | 0-2 балла |
| Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. | Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. | Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. | Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. |
| Итого за семестр[[1]](#footnote-1) | 43–50 баллов | 38–42 балла | 30–37 баллов | 0–29 баллов |
| зачет (отлично) | зачет (хорошо) | зачет (удовл.) | незачет (неудовл.) |
| *Этап 2. Итоговый контроль по дисциплине (max 50 баллов)* | | | | |
| *э*кзамен / зачет | 43–50 баллов | 38–42 балла | 30–37 баллов | 0–29 баллов |
| зачет (отлично) | зачет (хорошо) | зачет (удовл.) | незачет (неудовл.) |

**8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций** | | | |
| «Высокий уровень»  (43–50 баллов) | «Средний уровень»  (36–42 балла) | «Минимальный уровень»  (30–35 баллов) | «Минимальный уровень не достигнут»  (0–29 баллов) |
| *Компетенции сформированы.*  Знания твердые, аргументированные, всесторонние.  Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий.  Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка | *Компетенции сформированы.*  Знания обширные, системные.  Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий.  Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка. | *Компетенции сформированы.*  Сформированы базовые структуры знаний.  Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер.  Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка. | *Компетенции не сформированы.*  Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы. |
| **Описание критериев оценивания** | | | |
| Даны полные, развернутые ответы на поставленные вопросы. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. | Даны полные ответы на поставленные вопросы, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. | Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. | Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. |
| **Оценка** | | | |
| зачет (отлично) | зачет (хорошо) | зачет (удовл.) | незачет (неудовл.) |

**8.3. Вопросы для подготовки к зачету:**

1. Выпуклые множества.
2. Теоремы отделимости и некоторые их приложения.
3. Замыкание и относительная внутренность выпуклого множества.
4. Крайние точки выпуклого множества.
5. Выпуклые функции.
6. Сильно выпуклые функции.
7. Субдифференциал выпуклой функции.
8. Системы выпуклых и линейных неравенств.
9. Приближения и погрешности вычислений.
10. Постановки задач выпуклой оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности. Условия оптимальности и двойственность.
11. Задача линейного программирования. Транспортная задача.
12. Целочисленное линейное программирование. Задачи оптимизации на графах.
13. Задачи и модели теории расписаний.
14. Численные методы безусловной оптимизации: градиентный метод; метод Ньютона и его модификации; методы сопряженных направлений; эвристические методы нулевого порядка.
15. Численные методы условной оптимизации: симплекс-метод решения задач линейного программирования; метод проекции градиента; метод условного градиента; конечный метод решения задач квадратичного программирования; метод штрафных функций; метод параметризации целевой функции; метод линеаризации.
16. Методы дискретной оптимизации: примеры дискретных оптимизационных задач; целочисленные и частично целочисленные задачи; решение задачи о коммивояжере методом ветвей и границ; метод динамического программирования; целочисленная задача распределения ресурсов; приближенные методы.

**8.4. Темы лабораторных работ**

1. Численное решение задачи безусловной оптимизации различными методами. Сравнение методов.

2. Решение задачи линейного программирования.

3. Решение задачи квадратичного программирования.

4. Численное решение задачи целочисленного линейного программирования.

5. Задача сетевого планирования.

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**а) основная литература:**

1. Методы оптимизации: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ф. П. Васильев, М.М. Потапов, Б.А. Будак, Л.А. Артемьева; под редакцией Ф.П. Васильева.– М.: Изд-во Юрайт, 2017. — 375 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/399534>.
2. Петров Н.Н. [Введение в выпуклый анализ](https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25042154). – Ижевск, 2009. 163c. URL: <http://elibrary.udsu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/3747/2009138.pdf?sequence=1>
3. Половинкин Е.С. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. / Половинкин Е.С., Балашов М.В. - 2-е изд. испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 440 с. // ЭБС «Консультант студента». URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108966.html>
4. Сухарев, А.Г. Методы оптимизации: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: Изд-во Юрайт, 2014. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). –Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. –URL: <https://urait.ru/bcode/380190>.
5. Токарев, В. В.  Методы оптимизации: учебное пособие для вузов / В. В. Токарев. — М.: Изд-во Юрайт, 2020. — 440 с. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454017>.

**б) дополнительная литература:**

1. Гончаров, В. А.  Методы оптимизации: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / В. А. Гончаров. — М.: Изд-во Юрайт, 2019. — 191 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3642-1. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/425157>.
2. Кусраев А.Г., Кутателадзе С.С. [Выпуклый анализ, пространства Канторовича и булевозначные модели](https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17311557) // [Математический форум (Итоги науки. Южный федеральный округ)](https://www.elibrary.ru/contents.asp?id=33727812). 2009. Т. 2. С. 98-138. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17311557>
3. Воронов, М. В.  Прикладная математика: технологии применения: учебное пособие для вузов / М. В. Воронов, В. И. Пименов, Е. Г. Суздалов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 376 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04534-5. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453111>.

**в) Современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы, электронные образовательные ресурсы:**

– ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>);

– ЭБС «Университетская библиотека online» (<http://www.biblioclub.ru>);

– ЭБС «Юрайт» (<http://biblio-online.ru>);

– **ЭБС «Консультант студента»** ([studentlibrary.ru](https://www.studentlibrary.ru/)).

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий используются:

– учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютером или ноутбуком с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду СОГУ, мультимедийным проектором, экраном;

– компьютерный класс (корпус 10, ауд. №505, 506, 605), оборудованный аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютерами или ноутбуками с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СОГУ, мультимедийным проектором, экраном.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

*Перечень ПО в свободном доступе:* Kaspersky Free; WinRar; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader; LaTeX; системы компьютерной алгебры SciLab и Maxima.

Помещение для самостоятельной работы студентов: Зал электронных ресурсов Научной библиотеки СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов), необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.

1. Студенты, получившие в ходе текущего контроля 30 и более баллов, автоматически получают «зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку (студент имеет право сдавать экзамен, чтобы повысить оценку, полученную по результатам текущего контроля). [↑](#footnote-ref-1)